

Lösungshinweise zu Übungsblatt 6a

Frequenzverhalten von Bandpässen

Die folgenden beiden Schaltungen sind aus den Komponenten

$$R = 29.7 \, \Omega$$

$$L = 31.7 \, \text{mH} \quad (\text{Primärwicklung eines Niederspannungstrafos } 220 \, \text{V} \rightarrow 12 \, \text{V})$$

$$R_L = 3.84 \, \Omega$$

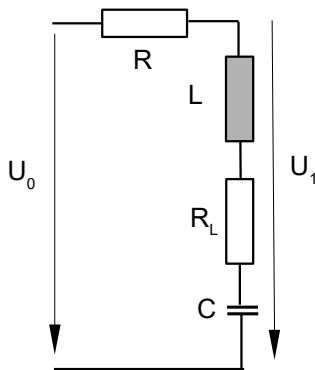
$$C = 1.48 \, \mu\text{F}$$

aufgebaut. Die Werte wurden mit einem digitalen LCR-Meter gemessen, absolute maximale Messabweichung $\pm 5 \, \%$.

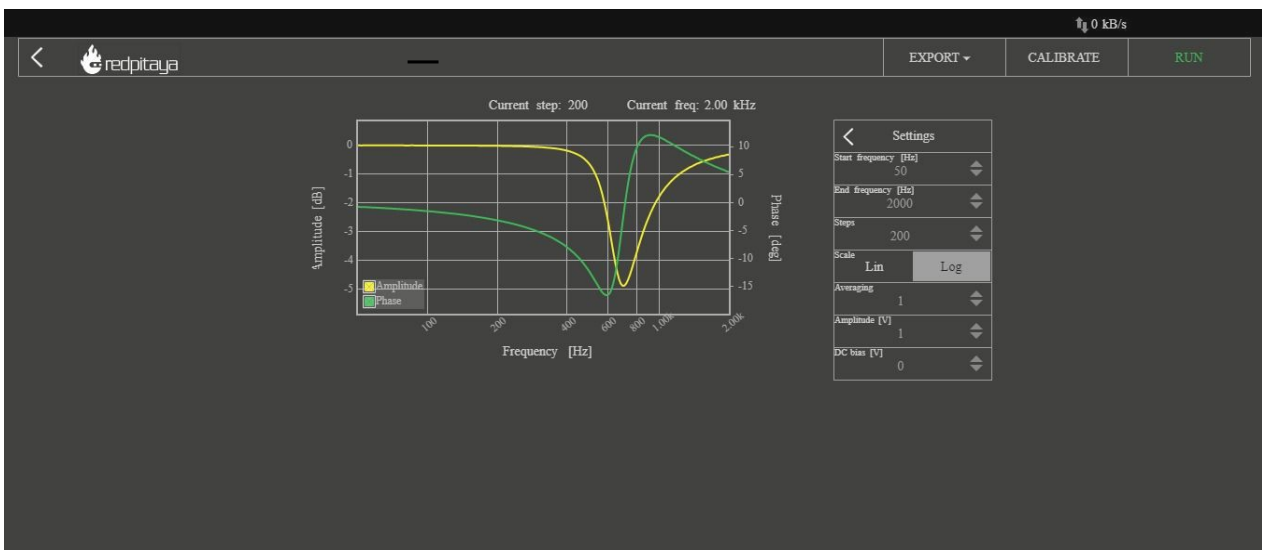
Die Bodediagramme stellen die gemessenen Frequenzgänge dar.

Aufgabe 1

Als Reihenkreis erhält man die Schaltung



mit dem Frequenzgang



a) Geben Sie den Ausdruck für den Frequenzgang $F_R(j\omega) = \frac{U_1(j\omega)}{U_0(j\omega)}$ an.

$$F_R(j\omega) = \frac{U_1(j\omega)}{U_0(j\omega)} = \frac{j\omega L + R_L + \frac{1}{j\omega C}}{R + j\omega L + R_L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1 - \omega^2 LC + j\omega R_L C}{1 - \omega^2 LC + j\omega(R + R_L)C}$$

$$= \frac{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 R_L(R + R_L)C^2 - j\omega RC(1 - \omega^2 LC)}{\text{Re}(N)^2 + \text{Im}(N)^2}$$

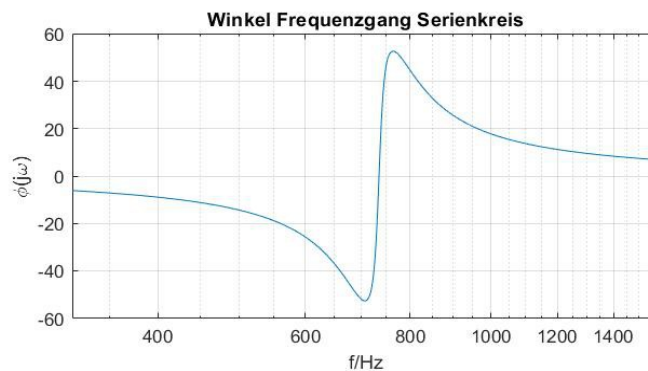
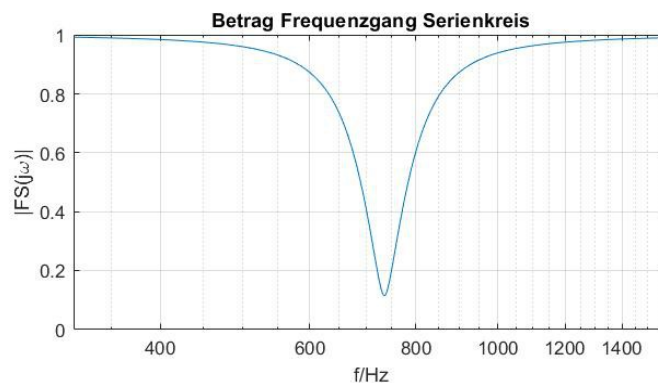
Hinweis: Der Ausdruck ist in Zähler und Nenner mit dem konjugiert komplexen Nenner zu erweitern, um eine rein kartesische Form zu erhalten, die nur aus Real- und Imaginärteil besteht.

- b) Berechnen Sie die Resonanzfrequenz f_{Rres} aus den gemessenen Bauteilwerten (z. B. mit MATLAB, sehr zu empfehlen!). Ein MATLAB-Skript ist zum Ausprobieren angehängt.

Für f_{Rres} wird der Imaginärteil von $F_R(j\omega_{\text{Rres}}) = 0$.

$$f_{\text{Rres}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 734.8 \text{ Hz} \quad . \text{ Hier ist auch } \phi(j\omega_{\text{Rres}}) = 0 \quad .$$

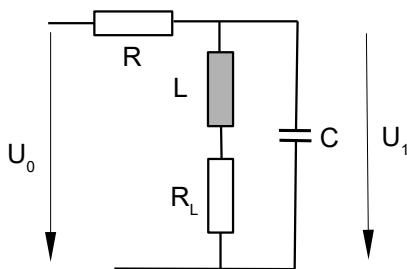
Mit MATLAB lässt sich der theoretische Verlauf darstellen, siehe auch Script am Ende:



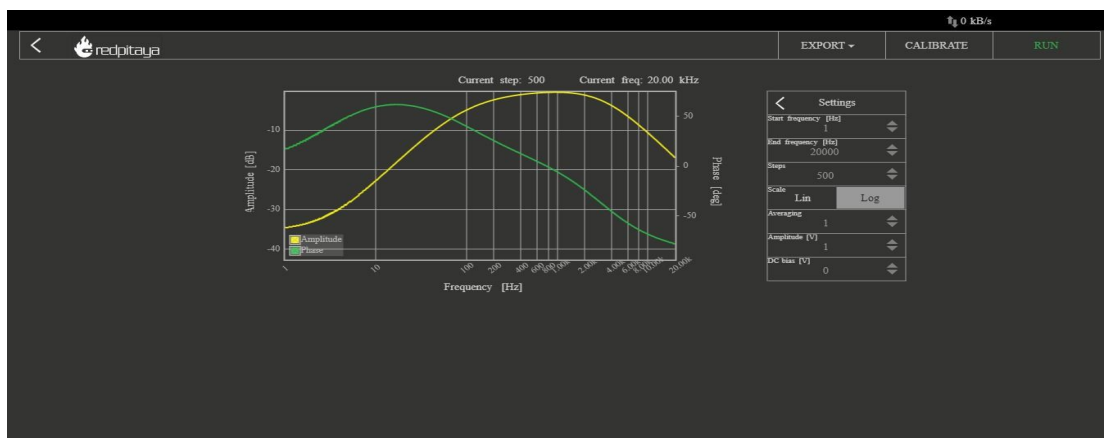
- c) Geben Sie die gemessene Resonanzfrequenz f_{Rres} aus dem Bodediagramm an?
 Am einfachsten ist es, bei $\phi(j\omega_R)=0$ nachzusehen. Das ist bei $f_{Rres} \approx 735$ Hz der Fall.
- d) Welchen Betrag und welchen Phasenwinkel haben $|F(j\omega_{Rres})|$ und $\phi(j\omega_{Rres})$
 $|F(j\omega_{Rres})| \approx 0.11$, $\phi(j\omega_{Rres}) \approx 0$
- e) Erklären Sie die Werte von Punkt d)
 siehe vorher
- f) Erklären Sie die asymptotischen Werte für $f \ll f_R$ und $f \gg f_R$
 $f \ll f_R \rightarrow$ Dann überwiegt die hohe Impedanz des Kondensators und es bleibt das Spannungsteilverhältnis
 $|F(j\omega \rightarrow 0)| \approx 1.0$
 $f \gg f_R \rightarrow$ Hier wirkt nur noch die hohe Impedanz der Induktivität der Induktivität
 $|F(j\omega \rightarrow \infty)| \approx 1.0$

Aufgabe 2

Als Parallelkreis ergibt sich diese Schaltung



mit dem gemessenen Frequenzgang



- a) Geben Sie den Ausdruck für den Frequenzgang $F_P(j\omega) = \frac{U_1(j\omega)}{U_0(j\omega)}$ an.

$$\begin{aligned}
 F_P(j\omega) &= \frac{U_1(j\omega)}{U_0(j\omega)} = \frac{(j\omega L + R_L) \frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + R_L + \frac{1}{j\omega C}} \cdot \frac{1}{R + \frac{(j\omega L + R_L) \frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + R_L + \frac{1}{j\omega C}}} \\
 &= \frac{j\omega L + R_L}{R(1 - \omega^2 LC) + R_L + j\omega(RR_L C + L)} \\
 &= \frac{R_L [R(1 - \omega^2 LC) + R_L] + \omega^2 L (R_L C R + L) + j\omega [RL(1 - \omega^2 LC) + R_L - R_L \omega (R_L C R + L)]}{\text{Re}(N)^2 + \text{Im}(N)^2} \\
 &= R_L [(R + R_L)] + \omega^2 L^2 + j\omega \frac{[RL(1 - \omega^2 LC) + R_L L - R_L \omega (R_L C R + L)]}{\text{Re}(N)^2 + \text{Im}(N)^2} \\
 &= \frac{R_L [(R + R_L)] + \omega^2 L^2 + j\omega RL \left[(1 - \omega^2 LC) - R_L^2 \frac{C}{R} \right]}{\text{Re}(N)^2 + \text{Im}(N)^2}
 \end{aligned}$$

b) Berechnen Sie die Resonanzfrequenz f_{Pres} aus den gemessenen Bauteilwerten.

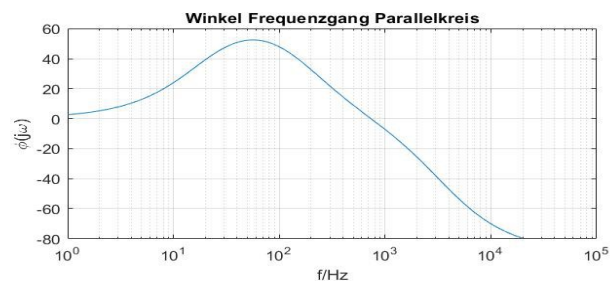
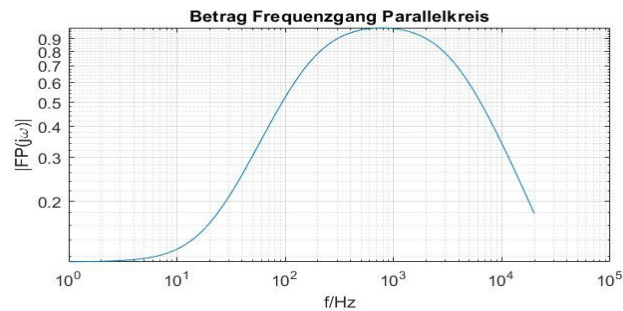
Imaginärteil von $F_P(j\omega) = 0$ oder der Phasenwinkel $\phi_P(j\omega) = 0$

$$1 - \omega_{\text{Pres}}^2 LC - R_L^2 \frac{C}{R} = 0 \rightarrow f_{\text{Pres}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC - R_L^2 \frac{C}{R}}}$$

$$f_{\text{Pres}} \approx 735.0 \text{ Hz}$$

Die Resonanzfrequenz ist hier ganz wenig nach rechts geschoben. Das liegt an der anderen Anordnung des dämpfenden ohmschen Widerstandes der Induktivität. Je größer dieser Widerstand, desto stärker die Dämpfung, desto breiter die Frequenzgang-Kurven und desto höher die Resonanzfrequenz.

Auch hier unterstützt eine MATLAB-Simulation die Anschauung, siehe Skript am Ende.



c) Wo liegt die Resonanzfrequenz f_{Pres} im gemessenen Bodediagramm?

Im Rahmen der Ablesegenauigkeit ist $f_{\text{Pres}} \approx 730 \text{ Hz}$

d) Welchen Betrag und welchen Phasenwinkel haben $|F(j\omega_{\text{Pres}})|$ und $\phi(j\omega_{\text{Pres}})$

$$|F(j\omega_{\text{Pres}})| \approx 1.0, \quad \phi(j\omega_{\text{Pres}}) \approx 0$$

e) Erklären Sie die Werte von Punkt d)

siehe vorher

f) Erklären Sie die asymptotischen Werte für $f \ll f_R$ und $f \gg f_R$

$f \ll f_R$: Hier wirkt nur der ohmsche Widerstand der Induktivität.

Es liegt also der Spannungsteiler $\frac{R}{R+R_L}$ vor.

(Skalierung der vertikalen Achse beachten, logarithmisch!)

$f \gg f_R$: Hier stellt die Kapazität einen Kurzschluss dar, die Spannung läuft steil gegen 0.

MATLAB-Script zum Ausprobieren, es kann mit Copy and Paste in ein leeres Script-Formular eingesetzt und mit RUN gestartet werden

```
% Bandpass-Messungen
% GMT WS 2018/2019
% Zu Übungsblatt 6a
```

```

% 05.02.019

clc
close all
R=29.8
L=31.7e-3
RL=3.84
C=1.48e-6

fR=1/(2*pi*sqrt(L*C))

% Darstellungsbereich für Serienkreis

f=logspace(2.5,3.2,1000);
pi2=2*pi;

% Frequenzgang FS von Serienkreis

FS=(j*pi2*f*L+RL+1./(j*pi2*f*C))./(R+j*pi2*f*L + RL+1./(j*pi2*f*C));
BFS=abs(FS);
AFS=180/pi*angle(FS);

figure(2)
semilogx(f,BFS)
grid
title ('Betrag Frequenzgang Serienkreis')
xlabel('f/Hz')
ylabel('|FS(j\omega)|')
pbaspect([2,1,1])

figure(3)
semilogx(f,AFS)
grid
title ('Winkel Frequenzgang Serienkreis')
xlabel('f/Hz')
ylabel('\phi(j\omega)')
pbaspect([2,1,1])

% Darstellungsbereich für Parallelkreis

f=logspace(0,4.3,2000);

% Frequenzgang FP von Parallelkreis

FP=(j*pi2*f*L+RL)./(j*pi2*f*C)./.
    (R*(j*pi2*f*L+RL+1./(j*pi2*f*C))+j*pi2*f*L+RL)./(j*pi2*f*C));

BFP=abs(FP);
AFP=180/pi*angle(FP);

figure(4)
loglog(f,BFP)
grid
title ('Betrag Frequenzgang Parallelkreis')
xlabel('f/Hz')
ylabel('|FP(j\omega)|')
pbaspect([2,1,1])

figure(5)
semilogx(f,AFP)
grid
title ('Winkel Frequenzgang Parallelkreis')
xlabel('f/Hz')
ylabel('\phi(j\omega)')
pbaspect([2,1,1])
    
```