

## Lösungshinweise zu Übungsblatt 5a

### Aufgabe 1

Ein Digitalvoltmeter enthält einen 8-Bit Analog-Digital-Wandler, die Abtastzeit beträgt 1 Mbit/s, der Eingangsspannungsbereichs des ADW ist 0 Volt bis + 5 Volt, der Eingangswiderstand beträgt

$$R_i = 2 \text{ M}\Omega$$

- a) Welche Zahlen in binärer und dezimaler Darstellung werden vom ADW für 0 Volt und für +5 Volt ausgegeben?

$$0 \text{ Volt} \rightarrow 0000 \ 0000_2 \rightarrow 0_{10} \quad , \quad 5 \text{ Volt} \rightarrow 1111 \ 1111_2 \rightarrow (2^8 - 1)_{10} = 255_{10}$$

- b) In welchem Bereich liegt der kleinste darstellbare Spannungswert  $U_Q$  ?

$$U_Q = \frac{5 \text{ Volt}}{2^8 - 1} = 19.6 \text{ mV}$$

- c) Skizzieren Sie eine Binärzahl-Spannungs-Kennlinie (Treppenfunktion, Spannung horizontale Achse, Binärzahlen vertikale Achse, „Wandlerkurve“). → selber machen.

- d) Welchem Spannungswert entspricht die vom AD-Wandler ausgegebene Zahl 163?

$$U = 163 \cdot U_Q = 3.196 \text{ Volt}$$

- e) Welche Leistung  $N_Q$  hat das Quantisierungsrauschen an  $R_i$  ?

$$N_Q = \frac{U_Q^2}{R_i} = 192 \text{ pW} \quad (\text{Picowatt})$$

- f) Als Eingangsspannung liegt nun ein Rechtecksignal an, dessen Amplituden-Komponenten  $\hat{U}_i$  für hohe Frequenzen ab ca.  $f_i = 1/(1.0 \cdot 10^{-6} \text{ s}) = 1 \text{ MHz}$  vernachlässigt werden können. Ist der Displaywert für  $U_{\text{eff}}$  dann im Rahmen der Messunsicherheit korrekt? Begründung?

Nein. Nach dem Abtastgesetz von Shannon muss die Abtastfrequenz

$f_A \geq 2 \cdot f_i = 2 \cdot \text{MHz}$  sein. Der ADW tastet aber nur mit 1 MHz ab. Die Messung ist also fehlerbehaftet.

- g) Welche Zahlen in binärer Darstellung könnte der ADW ausgeben, wenn sein Eingangsspannungsbereich zwischen -2.5 und +2.5 Volt liegt?

Dies hängt im allgemeinen vom Hersteller ab, der im Produktblatt eine genaue Beschreibung inklusive des Timings angibt (z. B. nach welcher Zeit die gewandelte Zahl in welcher Darstellung am ADW-Ausgaberegister bereitsteht?).

Negative Binärzahlen lassen sich z. B. durch eine „1“ im **msb** (most significant bit, steht ganz links) kennzeichnen. Dann wäre die negative Zahl mit dem größten Betrag dem negativen Spannungswert mit dem größten Betrag zugeordnet, bei einem 8-Bit-ADW also

$$1111 \ 1111_2 = 255_{10} \rightarrow -2.5 \text{ Volt}$$

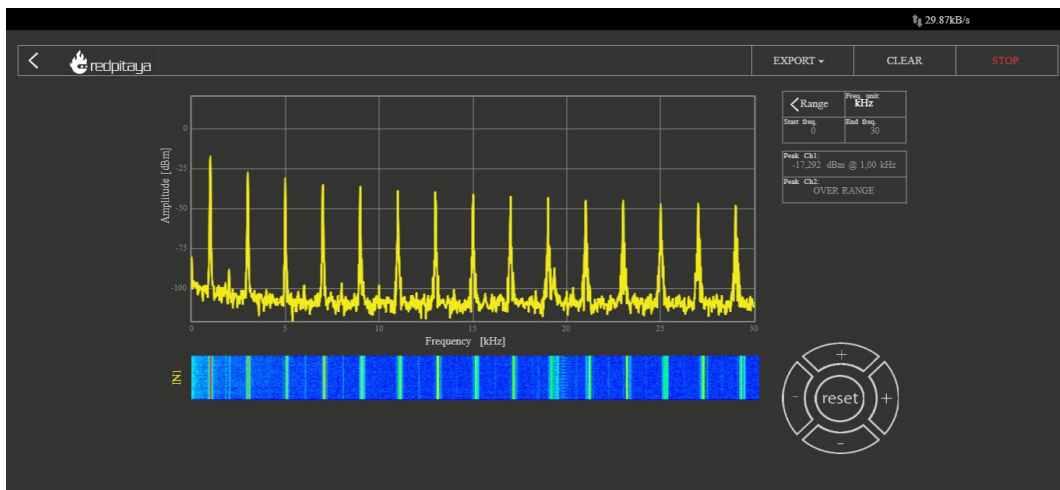
$$0000 \ 0000_2 = 0_{10} \rightarrow 0 \text{ Volt}$$

$$0111 \ 1111 = 127_{10} \rightarrow +2.5 \text{ Volt}$$

usw.

## Aufgabe 2

Ein Spektrum-Analysator liefert für das Amplitudenspektrum eines periodischen Signals  $u(t)$  folgendes Diagramm:



a) Welche Frequenzkomponenten sind zu erkennen?

Große Komponenten bei 1 kHz, 3 kHz, 5 kHz, ....

Kleine Komponenten bei 0 kHz, 2 kHz, 4 kHz, ....

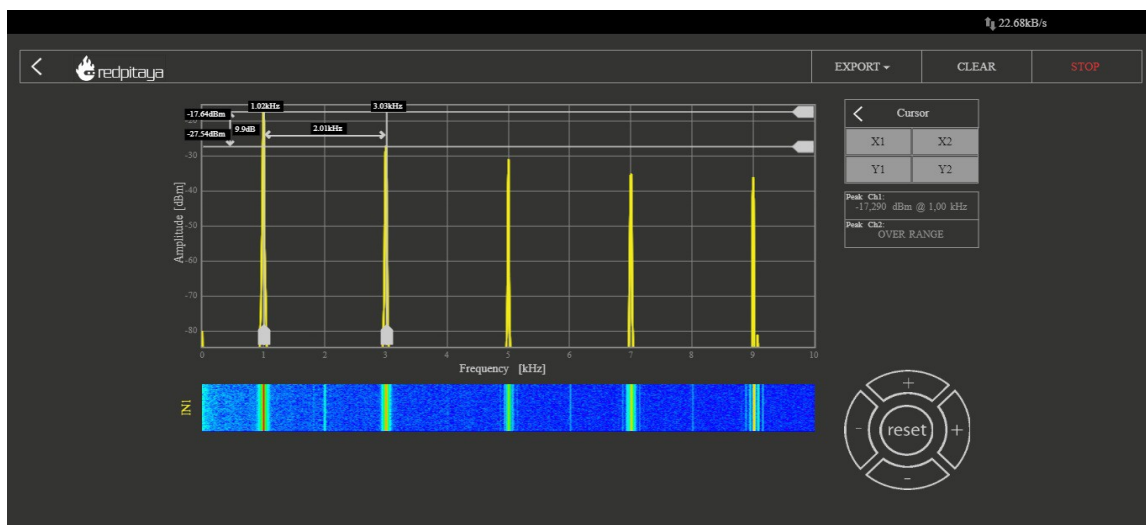
Frage: Was bedeuten hier „groß“ und „klein“? Die Amplituden-Achse ist logarithmisch geteilt!

b) Welche Periode  $T$  hat das Signal  $u(t)$ ?

$$T = 1 \text{ ms}$$

c) Geben Sie das Spannungsverhältnis der untersten drei großen Amplituden-Komponenten an. Hinweis: Maßstab beachten! Zur einfacheren Erkennung können die drei folgenden „Zooms“ dienen. Beachten Sie die Werte der horizontalen Cursor. Es kommt hier nur auf die relativen Werte und ihre Abstände an („dBm“).

Die Differenz der Amplituden zwischen Oberwelle 1 und 3 ist  $-9.9 \text{ dBm}$

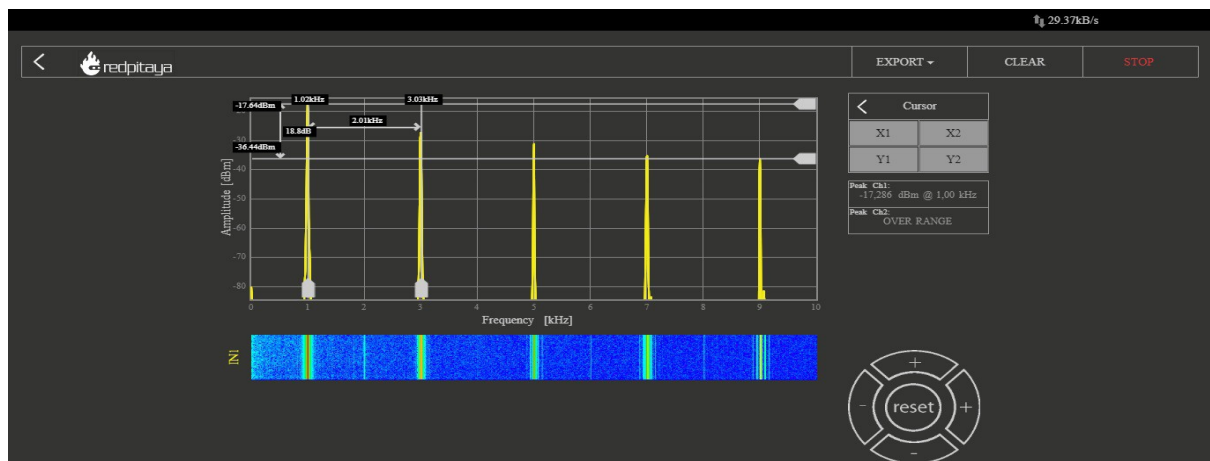
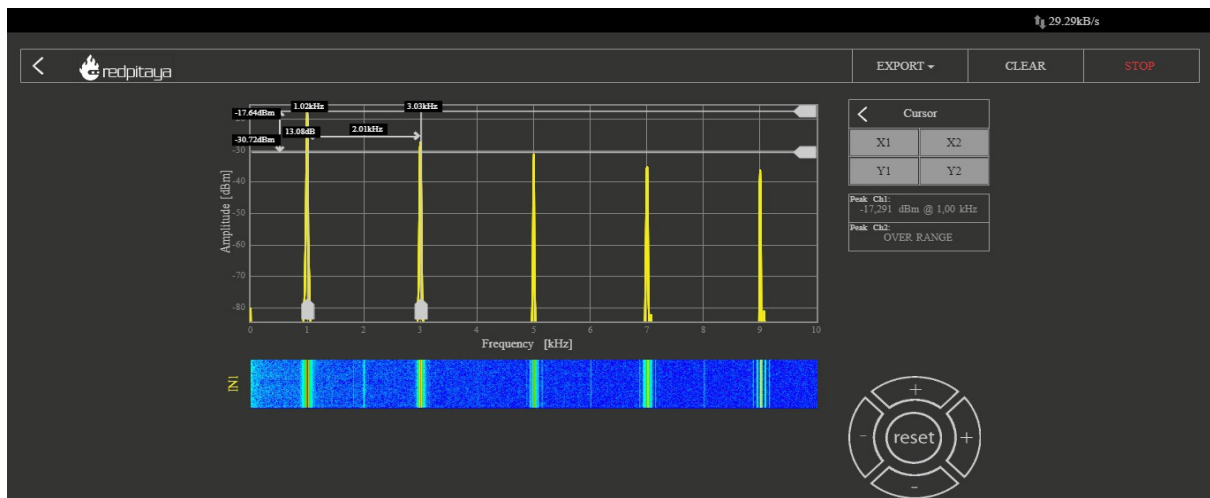


Finden Sie über die Fachliteratur heraus, was „dBm“ bedeutet und bestimmen Sie das Zahlenverhältnis zwischen der Amplitude von Oberwelle 1 und 3. Hinweis:

$$U_{\text{dBm}} = 20 \cdot \log_{10} \left( \frac{U_{\text{eff}_1}}{U_{\text{eff}_0}} \right) \rightarrow \frac{U_{\text{eff}_1}}{U_{\text{eff}_0}} = 10^{\frac{U_{\text{dBm}}}{20}}$$

$$P_{\text{dBm}} = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{U_{\text{eff}_1}^2}{U_{\text{eff}_0}^2} \right) \rightarrow \frac{U_{\text{eff}_1}^2}{U_{\text{eff}_0}^2} = 10^{\frac{P_{\text{dBm}}}{10}}$$

Die Differenz der Amplitude zwischen Oberwelle 1 und 5 ist  $-13 \text{ dBm}$



Die Differenz der Amplituden zwischen Oberwelle 1 und 5 ist  $-18 \text{ dBm}$

Der Vorteil dieser logarithmischen Darstellung von Leistungs- (oder Spannungs-) Verhältnissen ist die Übersichtlichkeit für den Vergleich verschiedener Werte. Negative dB-Werte bedeuten eine Dämpfung, positive Werte eine Verstärkung. Die Amplituden-Differenzen der dBm-Werte ergeben sich damit linear. Hier haben diese einen abklingenden hyperbolischen Verlauf. Schauen Sie dazu auch in einer Tabelle der Fourier-Koeffizienten nach, dies sind die Amplituden-Werte (oder Effektivwerte, wegen des Verhältnisses aber ohne Einfluss).

- d) Weisen Sie nach, dass sich in den Messwerten der hyperbolische Verlauf der Amplituden widerspiegelt.

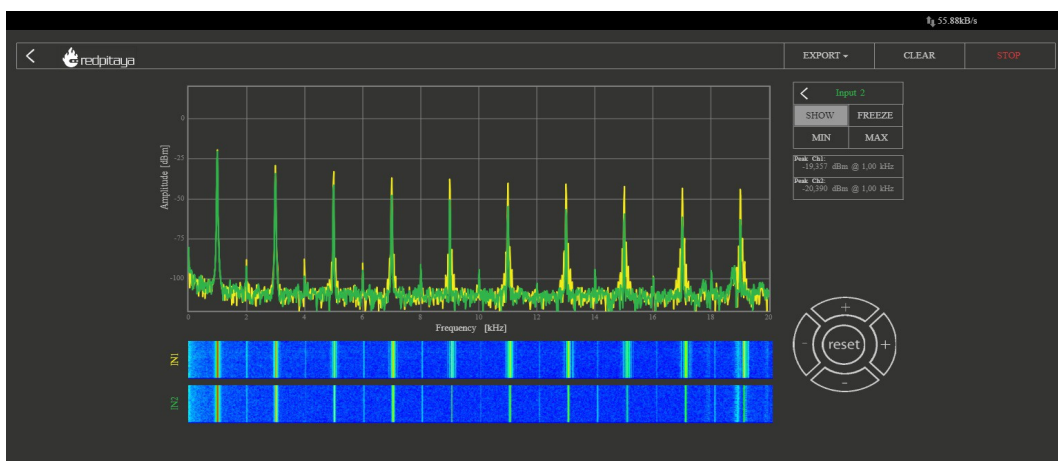
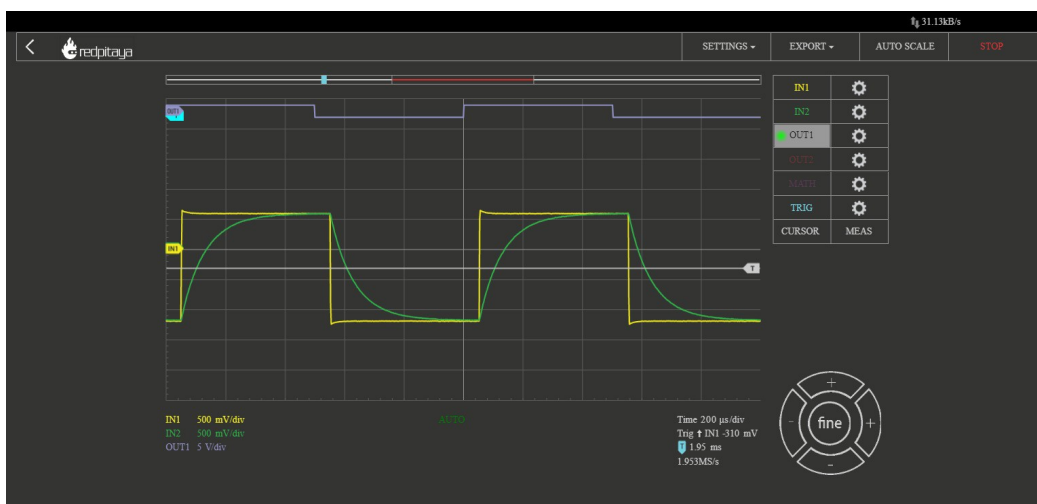
- e) Welche Aussagen lassen sich aus dem Diagramm zu eventuellen Symmetrien des Zeitsignals aus dem Diagramm Aussagen treffen?

Die geraden Oberwellen erscheinen mit starker Dämpfung. Das trifft für Zeitsignale mit **periodischer Symmetrie** zur vertikalen Zeitachse zu. Der Verlauf der geraden Oberwellen stört die Symmetrie, im Idealfall entfallen sie daher.

- f) Würde ein Digitalvoltmeter mit einer Tiefpass-Grenzfrequenz  $f_g = \frac{1}{6T}$  den korrekten Effektivwert  $U_{\text{eff}}$  der Spannung ausgeben? Begründung?

Nein, da die Anteile der Oberwellen mit  $f_i, i \geq 4$  nicht korrekt berücksichtigt würden.

- g) Das Rechtecksignal speist nun einen einfachen RC-Tiefpass, dessen Ausgangssignal (grün) in den folgenden beiden Diagrammen im Zeit- und Frequenzbereich dargestellt ist:



- h) Welche Wirkung des RC-TP auf das Rechtecksignal (gelb) lässt sich aus dem Frequenz-Diagramm erkennen?

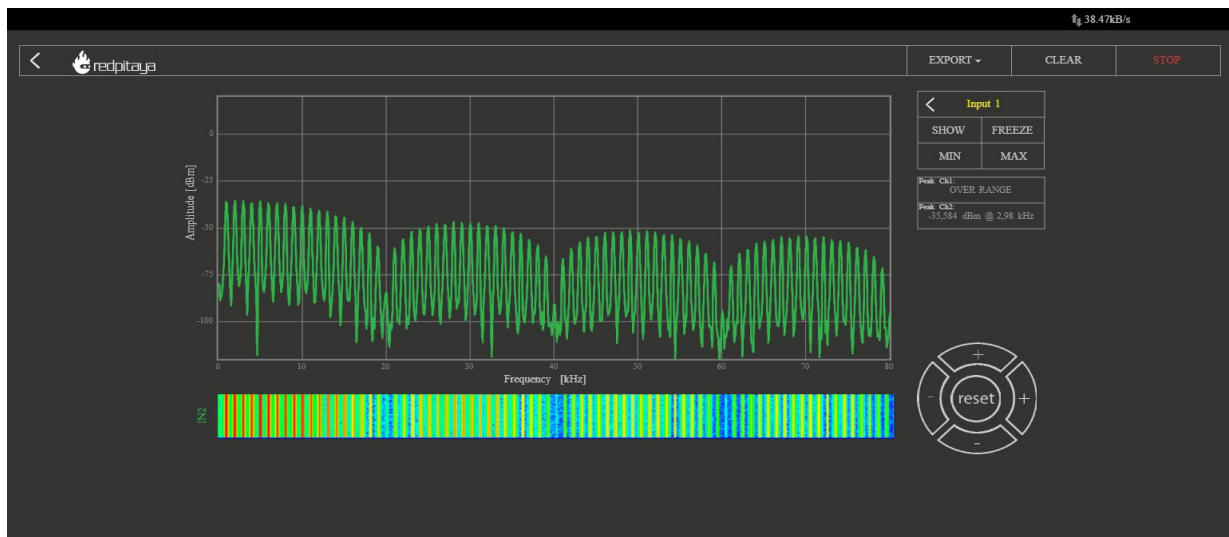
Das Ausgangssignal ist abgesenkt. Es zeigt sich die Tiefpass-Wirkung auf die Amplituden der höheren Frequenz-Komponenten.

### Aufgabe 3

Gegeben sind ein periodisches Rechtecksignal (blau, Tastverhältnis 1:1 oder 50%, auch Duty Cycle genannt) und ein periodisches Rechteckimpulssignal (rot, Tastverhältnis oder Duty Cycle 1:10 oder 5%) , jeweils im Zeit- und Frequenzbereich:



Das Amplituden-Spektrum der Impulsfolge zeigt ausgeprägte Nullstellen.



Stellen Sie anhand der Formeln für die Fourier-Koeffizienten den Zusammenhang zwischen dem Tastverhältnis (Duty Cycle) und der Lage der Nullstellen in der Frequenzachse her.

→ selber machen, dazu die Integrale für die Amplituden auswerten. Hinweis: Zu den zeitabhängigen Amplitudenwerten kommen nun jeweils zeitunabhängige Faktoren, die als Argument das Tastverhältnis enthalten. Bei 5% Duty Cycle verschwindet dieser Faktor für alle 10-Fachen der Grundwelle.