

Lösungshinweise zu Übungsblatt 3b

Aufgabe 1

Gegeben ist die spannungsrichtige Schaltung für den im Vergleich zum Innenwiderstand R_i des Spannungsmessgerätes kleinen unbekanntem Widerstands R_x im vermuteten Bereich $50-100 \Omega$. Gemessen werden folgende Werte:

$$U_m = 10 \text{ V} \quad , \quad \Delta U_m = 0.1 \text{ V} \quad , \quad I_m = 0.1 \text{ A} \quad , \quad \Delta I_m = 0.001 \text{ A} \quad ,$$

$$R_i = 10^5 \Omega \quad \Delta R_i = 10^3 \Omega$$

- Skizzieren Sie die Schaltung. → selber machen
- Geben Sie den um die systematischen Abweichung bereinigten Wert R_x an.

$$R_x = \frac{U_m \cdot R_i}{R_i \cdot I_m - U_m} = 100.1001 \Omega$$

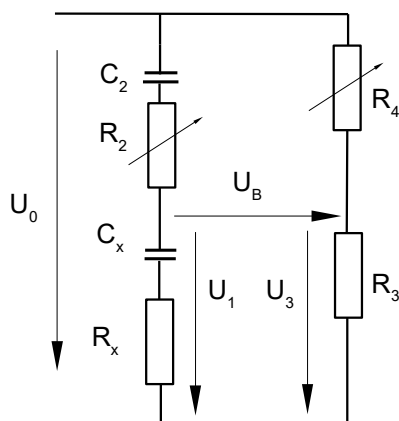
- Geben Sie die Messabweichung ΔR_x allgemein und für die oben genannten Messwerte an.

$$\Delta R_x = \left| \frac{R_i^2 \cdot I_m}{(R_i \cdot I_m - U_m)^2} \cdot \Delta U_m \right| + \left| -\frac{R_i^2 \cdot U_m}{(R_i \cdot I_m - U_m)^2} \cdot \Delta I_m \right| + \left| -\frac{U_m^2}{(R_i \cdot I_m - U_m)^2} \cdot \Delta R_i \right|$$

$$\Delta R_x = 1.0020 + 1.0020 + 0.0010 = 2.0050 \Omega$$

Aufgabe 2

Eine Kapazitätsmessschaltung (Wien-Brücke) mit einer als verlustfrei angenommenen Vergleichskapazität C_2 soll die Werte des Prüflings Z_x feststellen. Die Brücke wird über eine sinusförmige Spannung u_0 der Frequenz ω gespeist, der Innenwiderstand der Quelle wird als klein und vernachlässigbar angenommenen.



a) Ist die Brücke abgleichbar? Begründung?

$$\frac{X_x}{X_2} = \frac{R_3}{R_4} \rightarrow R_3 \cdot X_2 = R_4 \cdot X_x$$

$$R_3 \cdot \left(R_2 - \frac{j}{\omega C_2} \right) = R_4 \cdot \left(R_x - \frac{j}{\omega C_x} \right)$$

Realteile **und** Imaginärteile müssen jeder für sich gleich sein!

$$R_3 \cdot R_2 = R_4 \cdot R_x \rightarrow R_4 \cdot R_x = R_3 \cdot R_2 \rightarrow R_x = \frac{R_3}{R_4} \cdot R_2 \rightarrow \text{erfüllbar}$$

$$\frac{R_3}{C_2} = \frac{R_4}{C_x} \rightarrow R_3 \cdot C_x = R_4 \cdot C_2 \rightarrow C_x = \frac{R_4}{R_3} \cdot C_2 \rightarrow \text{erfüllbar}$$

Die Brücke ist abgleichbar.

b) Falls a) zutrifft, geben Sie die Abgleichbedingung(en) an.

Siehe a)

c) Welche Werte R_x und C_x erhält man für die Abgleichstellungen

$$C_2 = 1.5 \cdot \mu\text{F} \quad , \quad R_2 = 1.3 \text{ K}\Omega \quad , \quad R_3 = 3 \text{ K}\Omega \quad , \quad R_4 = 2.5 \text{ K}\Omega$$

$$R_x = 1.56 \text{ k}\Omega \quad , \quad C_x = 1.25 \mu\text{F}$$

d) Beim Abgleichvorgang entstanden nacheinander folgende beiden Digital-Oszillogramme. Versuchen Sie, diese mit je einem Satz zu erklären.



Hinweis: Die gelb dargestellte Spannung ist $u_1(t)$, die grüne $u_3(t)$, violett zeigt die Differenz $u_B(t) = u_1(t) - u_3(t)$

Oberes Oszillogramm: Der P2P-Wert der Differenzspannung oder Brückenspannung

$$U_B = U_1 - U_3 = 197.74 \text{ mV}$$

zeigt, dass die Brücke noch nicht abgeglichen ist.

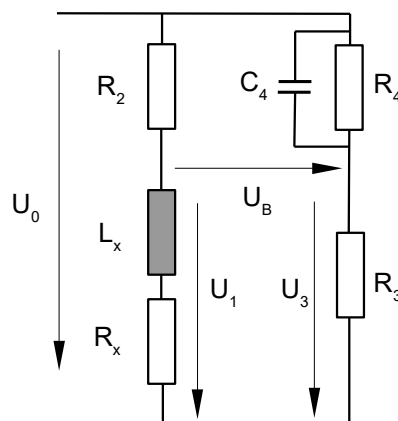
Unteres Oszillogramm: Der Versuch, die Brücke abzugleichen, ergibt als minimal erreichbaren P2P-Wert

$$U_B = 19.53 \text{ mV}$$

und wird als (noch fehlerbehafter) Abgleichwert für die Bestimmung von R_x und C_x verwendet.

Aufgabe 3

Eine Brückenschaltung (Maxwell-Wien-Brücke) soll zur Messung von Induktivitäten eingesetzt werden. Die Brücke wird mit einer näherungsweise innenwiderstandsfreien Sinusspannungs-Quelle U_0 gespeist, Kreisfrequenz ω ,



- a) Geben Sie das komplexe Spannungsverhältnis $\frac{U_B}{U_0}$ für die Brückenspannung U_B an.

$$\frac{U_B}{U_0} = \frac{X_x}{R_2 + X_x} - \frac{R_3}{R_3 + X_4} = \frac{X_x \cdot (R_3 + X_4) - R_3 \cdot (R_2 + X_x)}{(R_2 + X_x)(R_3 + X_4)}$$

- b) Abgleichbedingung(en) für $U_B = 0$?

$$\frac{X_x}{R_2} = \frac{R_3}{X_4} \rightarrow X_x \cdot X_4 = R_3 \cdot R_2$$

- c) Von welchem Typ muss die Abgleichimpedanz X_4 sein, damit die Brücke überhaupt abgleichbar ist. Hinweis: Phasenwinkel betrachten.

Kapazitiv, damit sich die Phasenwinkel gegenseitig aufheben können (positiv/negativ oder bei b) Realteile für sich gleich **und** Imaginärteile für sich gleich):

$$(R_x + j\omega L_x) \frac{R_4}{1 + j\omega C_4 R_4} = R_3 \cdot R_2 \rightarrow R_x \cdot R_4 \frac{1 + j\omega \frac{L_x}{R_x}}{1 + j\omega C_4 R_4} = R_3 \cdot R_2$$

Realteile gleich **und** Imaginärteile gleich!

$$\frac{L_x}{R_x} = C_4 \cdot R_4 \rightarrow R_x \cdot R_4 = R_3 \cdot R_2 \rightarrow R_x = \frac{R_3}{R_4} \cdot R_2 \rightarrow L_x = R_3 \cdot R_2 \cdot C_4$$

d) Abgleichbedingungen für R_x und L_x in Abhängigkeit von R_1, R_4, X_2, ω ?

Siehe c)

e) Ist die Brücke frequenzabhängig? Begründung?

Frequenzunabhängig, da in den Abgleichbedingungen die Frequenz ω nicht mehr auftritt.